SAVOIRS PROFESSIONNELS DE L'ENSEIGNANT ET SITUATIONS DE RECHERCHE POUR LA CLASSE DANS UN DISPOSITIF DE FORMATION DES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE

Mickaël DA RONCH
Professeur/Chargé d'enseignement
Haute École Pédagogique du Valais, Suisse
Mickael.daronch@hepvs.ch

Ismaïl MILI
Maître d'enseignement
Université de Fribourg, Suisse
Ismail.mili@edufr.ch

Résumé
Dans cet article nous présentons nos réflexions sur la conception, l'implémentation et la mise en œuvre d'un dispositif proposé à des étudiants en formation initiale à l'enseignement primaire dans une Haute École Pédagogique de Suisse romande (HEP-VS). Ce dispositif vise à faire évoluer les conceptions et les pratiques des étudiants sur l'activité mathématique en résolution de problèmes. Il est né de besoins relevés dans des recherches récentes qui pointent à la fois des carences aussi bien au niveau curriculaire (Da Ronch, Gardes et Mili, 2023 ; Mili, Da Ronch et Gardes, 2025) que dans les conceptions et les pratiques des étudiants primo-entrants en formation à l'enseignement primaire sur l'activité mathématique en contexte de résolution de problèmes (Da Ronch et Mili, 2024). Ce dispositif, basé sur une stratégie par homologie (Houdement et Kuzniak, 1996), s'appuie sur des situations de formation issues des Situations de Recherche pour la Classe (Grenier et Payan, 2003). À cette occasion, des savoirs professionnels relatifs aux savoirs à enseigner d'ordre mathématique et aux savoirs pour enseigner d'ordre didactique feront l'objet d'un point d'attention particulier afin de contribuer, en plus des dispositifs de formation préexistants, au développement professionnel des futurs enseignants du primaire.

I - CONTEXTE DE LA RECHERCHE ET ELEMENTS DE PROBLEMATISATION

L'objectif de cet article est de présenter un dispositif mis en place à l'entrée de la formation initiale des enseignants du primaire à la Haute École Pédagogique du Valais (HEP-VS, Suisse), visant à transformer les conceptions et les pratiques des étudiants sur l'activité mathématique en résolution de problèmes. Pour justifier l'objectif, les contenus et les conditions d'implémentation de ce dispositif centrés sur la résolution de problèmes, quelques préalables sont nécessaires. Tout d'abord, après avoir décrit certaines spécificités du contexte institutionnel suisse romand, nous mettons en évidence, à travers des recherches récentes ; certaines carences relevées aussi bien au niveau curriculaire (Da Ronch, Gardes et Mili, 2023 ; Mili, Da Ronch et Gardes, 2025) qu'au niveau des conceptions et des pratiques de l'activité mathématique en résolution de problèmes chez les étudiants primo-entrants en formation à l'enseignement primaire (Da Ronch et Mili, 2024). Ceci permet donc de justifier la nécessité d'une réflexion autour de la conception et de la mise en œuvre d'un dispositif de formation permettant d'accompagner les étudiants dans l'évolution de leurs conceptions et de leurs pratiques de l'activité mathématique, et ce, dès leur entrée en formation initiale. Pour ce faire, nous développons par la suite un cadre théorique qui s'inscrit dans le champ de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998), en donnant une acception possible de l'activité mathématique en tant qu'activité humaine à partir de la recension des écrits scientifiques réalisée dans Da Ronch (2022). Cette définition permettra de justifier l'utilisation des Situations de Recherche pour la Classe (Grenier et Payan, 2003), comme situations de formation, s'inscrivant dans un dispositif basé sur une stratégie par homologie (Houdement et Kuzniak, 1996). À partir de ces considérations contextuelles et théoriques, nous détaillerons enfin le contenu du dispositif, conçu comme un levier dans l'évolution des concepts et des pratiques de l'activité mathématique en résolution de problèmes chez les futurs enseignants du primaire. Nos propos seront illustrés à partir de l'exemple d'une situation proposée aux étudiants dans ce dispositif de formation. Enfin, nous conclurons et proposerons des perspectives de travail pour affiner notre questionnement.

1 Le contexte scolaire en Suisse romande

En Suisse, ce sont les cantons qui ont la prérogative de tout ce qui a trait à la formation. Sur le territoire helvétique, ce sont donc 26 entités qui sont autonomes en termes de formation. Une des conséquences de ceci est que les Hautes Écoles Pédagogiques (HEP), qui sont donc des institutions cantonales, ont une certaine latitude, voire une latitude certaine, dans l'élaboration de leur plan de formation. Cette liberté se répercute aussi chez les formateurs qui ont, de fait, un choix peu contraint dans leur transposition externe ; il n'y a pas vraiment de cadre institutionnel précis, *etc.*, ce qui expliquera un peu plus tard la latitude que nous avons prise et la liberté que nous avons de proposer notre dispositif de formation.

En ce qui concerne les savoirs disciplinaires à enseigner, de manière à fédérer les cantons et harmoniser les apprentissages, un plan d'études romand (PER) a été introduit il y a une douzaine d'années à peu près ; ce PER va faire consensus sur l'intégralité de la partie francophone du pays. Le PER consiste ainsi en un programme, officiel – qui constitue d'ailleurs la seule injonction que les enseignants doivent suivre dans leur classe – , dont un des axes majeurs consiste à faire travailler la résolution de problèmes.

Les extraits suivants, témoignent de l'intention des rédacteurs du PER de travailler la discipline mathématique et de « promouvoir une attitude de recherche, […], par essai-erreur, par généralisation, par conjecture et par validation ». L'idée étant d'agripper l'activité mathématique en général et celle de résolution de problèmes en particulier « selon une posture scientifique, d'identifier des questions, de développer la capacité de problématiser des situations, de mobiliser des outils et des démarches »[1].

À noter que ce commentaire, qui accompagne le plan d'études, est valable pour l'intégralité des degrés scolaires, de l'école maternelle jusqu'à la fin du Cycle d'Orientation, qui correspond peu ou prou à la fin du collège en France.

L'accent mis sur la résolution de problèmes se décline d'ailleurs dans chacune des thématiques du Plan d'Études Romand : « Nombres » ; « Opérations » ; « Grandeurs et mesure » ; « Espace » (qui regroupe tout ce qui touche au repérage et à la géométrie) et « Modélisation ». Chaque domaine comporte des objectifs formulés en lien avec la résolution de problèmes, tels que « résoudre des problèmes pour construire et structurer des représentations des nombres rationnels », ou encore « résoudre des problèmes additifs et multiplicatifs ». La problématisation et la résolution de problèmes sont donc omniprésentes dans les directives institutionnelles et il apparaît impératif de préparer les futurs enseignants à ces exigences.

2 Les ressources institutionnelles (Moyens d'Enseignement Romands) : le cas de l'Aide à la Résolution de Problèmes

Au regard de leur prérogative, les cantons éditaient ou choisissaient jusqu'en 2015 leurs propres supports de cours : la compatibilité avec le PER n'étant alors pas assurée, ceux-ci ont choisi de mandater des rédacteurs pour élaborer des Moyens d'Enseignement Romands (MER). On y retrouve une structure basée sur les thématiques du PER mentionnées ci-avant, à savoir des Axes Thématiques intitulés « Espace », « Nombres », « Opérations », « Grandeurs et mesure » et « Modélisation ». Toute une banque de

[1] Extrait des "Commentaires généraux du domaine MSN" (Mathématiques et Sciences de la Nature) disponible à https://portail.ciip.ch/per/domains/2

problèmes est proposée pour chacune de ces thématiques (à l'exception de « Modélisation » qui ne comprend aucun énoncé). En revanche, étant donné l'emphase mise par le PER sur la résolution du problèmes, en ajout de Axes Thématiques *disciplinaires*, figure dans les MER une section intitulée « Aide à la résolution de problème » (ARP), qui propose de multiples énoncés, lesquels seront regroupés en chapitres, afin d'« aider les élèves dans leur résolution du problème »[2]. Cette section des MER est également structurée en chapitres qui s'inscrivent dans une progression proche des phases de résolution de problèmes de Polya (1945) : « S'approprier un problème mathématique », « Résoudre un problème », « Vérifier la réponse d'un problème », et « Communiquer le résultat obtenu ». « Vérifier la résolution d'un problème », consiste à estimer si sa réponse semble correcte ; « Communiquer le résultat obtenu » concerne tout ce qui est usage de tableaux, de schémas explicatifs *etc.*

Les travaux récents autour de l'analyse curriculaire d'ARP ont permis d'étudier plus de 300 problèmes mathématiques proposés au cycle 2 (Da Ronch, Gardes et Mili, 2023 ; Mili, Da Ronch et Gardes, 2025). Ces auteurs ont mis en évidence des critères didactiques permettant d'évaluer le potentiel des problèmes à générer une activité mathématique combinant, au sens de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) des phases d'actions, de formulation et de validation. Le calcul du coefficient statistique de Kappa de Fleiss (Fleiss, 1971), à partir du codage de ces problèmes en triple aveugle selon ces critères, a permis de mettre en lumière la fiabilité de ces derniers (Mili, Da Ronch & Gardes, 2025). Cette étude fait ressortir que presque aucune ressource d'ARP au cycle 2 ne permet de générer pour un même problème des phases d'action, de formulation et de validation relative à la pratique de l'activité mathématique telle que les auteurs la définissent. Par ailleurs, cette recension pointe également que les problèmes proposés admettent presque toujours une et une seule solution. La non-existence de solution n'est quasiment jamais présente, l'unicité n'est pas non plus discutée et la recherche de solutions multiples à un problème est quasiment absente. En outre, le PER exige de travailler la notion de conjecture et d'effectuer un travail de validation ; or presque aucun problème ne permet en l'état à l'enseignant de travailler ces notions. Nous inférons ainsi que les élèves n'ont que très peu de chances d'être amenés à discuter de la « nature » des solutions (non-existence, unicité, pluralité), de la validité d'un raisonnement dans le processus de preuve ou encore de l'enjeu de vérité en mathématiques concernant le vrai et le faux (Gandit et Massé-Demongeot, 1996).

Ceci nous amène à postuler que les conceptions et les pratiques de l'activité mathématique des futurs enseignants du primaire, auparavant élèves, ne tiennent donc *a priori* pas compte de ces objets car leurs croyances sont vraisemblablement influencées par les ressources institutionnelles utilisées jusque-là dans leur parcours scolaire.

3 Conceptions et pratiques des étudiants primo-entrants en formation d'enseignement primaire

En Suisse romande, la formation des futurs enseignants primaire dure trois ans dans la plupart des cantons romands et est sanctionnée par un diplôme de *Bachelor* universitaire (équivalent d'une licence en France). L'entrée en formation s'effectue généralement aux alentours de l'âge de 19 ans, à la suite d'une scolarité secondaire (après le baccalauréat dans le contexte français par exemple), sans autre formation universitaire préalable. Comme nous l'avons souligné dans la section précédente, nous faisons l'hypothèse que les futurs enseignants possèdent un rapport personnel à l'activité mathématique et aux pratiques de résolution de problèmes en rapport avec ce qu'ils ont vécu au cours de leur scolarité. Cette hypothèse a été mise à l'épreuve grâce à un questionnaire proposé depuis trois ans aux étudiants primo-entrants en formation primaire à la Haute École Pédagogique du Valais (HEP-VS).

[2] Extrait du texte d'accompagnement des MER intitulé "La résolution de problèmes et les moyens d'enseignement de 1re à 8e" disponible à https://www.ciip-esper.ch/#/discipline/5/5/?sidepanel={%22contentType%22:%22LA_RESOLUTION_DE_PROBLEMES_ET_LES_MOYENS_DENSEIGNEMENT_DE_1_SUP_RE_SUP_A_8_SUP_E_SUP%22,%22fullscreen%22:false}

L’étude que nous avons réalisée sur l’analyse des productions écrites de ce questionnaire (Da Ronch et Mili, 2024) concerne 84 étudiants de la cohorte 2021. Cette étude montre que la grande majorité les étudiants ont des conceptions très scolaires de l’activité mathématique comme étant une activité calculatoire et procédurale et qui doit être nécessairement reliée à un domaine spécifique, relevant d’un savoir particulier, rencontré au cours de leur scolarité. Par ailleurs, les pratiques des étudiants relevées en résolution de problèmes à travers ce questionnaire pointent une maîtrise dans les processus liés à l’expérimentation en résolution de problèmes par l’étude de cas particuliers par exemple, mais des difficultés certaines dans la formulation de conjectures et dans les processus de preuve. L’étude met en évidence que les preuves, lorsqu’elles sont présentes dans les productions, relèvent presque toujours de preuve pragmatique et non de preuve intellectuelle au sens de Balacheff (1988 ; 2019). Les processus liés formulation et à la validation, essentiels au raisonnement et au processus de preuve dans l’activité mathématique, sont donc très souvent absents chez ces étudiants (Da Ronch et Mili, 2024).

Ces carences pourraient alors impacter leurs futures pratiques professionnelles dans l’enseignement des mathématiques à l’école primaire. Dès lors, il nous apparaît crucial de faire évoluer leurs conceptions et leurs pratiques de l’activité mathématique en résolution de problèmes dès le début de leur formation à l’enseignement primaire. Cela passe donc par l'intégration d’un dispositif spécial dans leur parcours de formation. Mais alors, quel dispositif et quelle stratégie de formation seraient adéquats pour travailler ces pratiques et faire évoluer ces conceptions très scolaires de l’activité mathématique ? Et comment l’inscrire dans les dispositifs de formation préexistants dans la formation à l’enseignement primaire de la HEP-VS ? Pour tenter d’apporter des éléments de réponse à ces questions, nous présentons dans la prochaine section des éléments théoriques qui nous serviront à l’élaboration et à la mise en œuvre de notre dispositif de formation.

II - CADRE THEORIQUE

1 Acception de l’activité mathématique

Le travail de Da Ronch (2022) autour de la recension des écrits scientifiques sur l’acception donnée de l’activité mathématique en tant qu’activité humaine montre que la grande majorité de la communauté scientifique, aussi bien chez les mathématiciens que chez les didacticiens des mathématiques, s’accorde à dire que cette activité est étroitement liée à la résolution de problèmes (p. ex., Brousseau, 1998 ; Chevallard, 1998 ; Broner et al., 2003 ; Nimier, 1989 ; Halmos, 1980 ; Perrin, 2007, Da Ronch, 2022 ; Thurston, 1994). Il ne s’agit pas simplement d’apprendre des définitions et des théorèmes dans l’unique but de les appliquer dans certaines situations (Brousseau, 1998). Il ne s’agit pas non plus ici de mettre au premier plan de cette activité le résultat du problème mathématique comme étant le seul et unique objectif. En effet, ce sont avant les processus impliqués dans la résolution du problème qui sont importants (Brousseau, 1998 Da Ronch, 2022 ; Da Ronch et Mili, 2024). D’ailleurs les connaissances mathématiques mobilisées et visées par les élèves ou les étudiants dans une situation didactique impliquant la résolution d’un problème sont ensuite décontextualisées, dépersonnalisées et détemporalisées en des savoirs ou des savoir-faire mathématiques qui sont institutionnalisés par l’enseignant, et socialement et culturellement partagés par la communauté (Margolinas, 2014). Ces savoirs ont donc une certaine forme d’universalité qui va bien au-delà du contexte du problème proposé dans la situation effective. Le résultat du problème est donc seulement un objectif secondaire à cette activité (Chevallard, 1998). Les processus mobilisés dans l’activité mathématique sont en fait étroitement liés aux trois dialectiques évoquées chez Brousseau (1998), celle de l’action, celle de la formulation et enfin celle de la validation. Ainsi, faire des mathématiques demande donc à l’élève ou l’étudiant qu’il

> *agisse, qu’il formule, qu’il prouve, qu’il construise des modèles, des langages, des concepts, des théories, qu’il échange avec d’autres, qu’il reconnaisse celles qui sont conformes à la culture, qu’il lui emprunte celles qui lui sont utiles, etc (Brousseau, 1998, p. 49).*

Il s'agit donc de construire des situations qui permettent l'articulation de ces différentes phases dans la recherche du problème et de sa vérité mathématique. Cela passe donc par exemple par l'étude de cas particuliers, qui est une connaissance relative au processus d'expérimentation. Le changement de registre de représentations sémiotiques (Duval, 2006) et l'émission de conjectures sont quant à elle des connaissances relatives au processus de formulation. La vérité ou la fausseté de ces conjectures émises en situation impliquent des processus de preuve régis par les règles de la logique telles que le principe du tiers-exclu, l'implication, *etc*., qui sont quant à eux des connaissances liées au processus de validation (Da Ronch, 2022). Pour construire de telles situations en formation à l'enseignement primaire qui permettent de mobiliser ce type de connaissances, nous nous appuierons sur le modèle théorique des Situations de Recherche pour la Classe (Grenier et Payan, 2003).

2 Situations de Recherche pour Classe et savoirs visés à travers ces situations dans la formation à l'enseignement primaire

Le modèle des Situations de Recherche pour la Classe (SiRC) a été développé par Grenier et Payan (2003) et s'appuie sur des problèmes issus du champs des mathématiques discrètes. Une SiRC se caractérise par plusieurs conditions épistémologiques et didactiques. Tout d'abord, elle s'inscrit dans une problématique issue de la recherche professionnelle. La question est facilement compréhensible pour l'élève ou l'étudiant et des stratégies initiales existent, sans que des prérequis mathématiques spécifiques soient indispensable ou hors de portés de l'élève ou de l'étudiant pour aborder la résolution du problème. En outre, elles sont très souvent présentées avec du matériel tangible, proche des objets mathématiques en jeu dans les situations, ce qui facilite d'autant plus le processus d'enrôlement et de dévolution de la situation et son utilisation en classes de primaire ou dans la formation à l'enseignement primaire. Par ailleurs, dans une SIRC plusieurs stratégies de résolutions et plusieurs développements sont possibles pour avancer dans la recherche d'une solution. Une question résolue renvoie très souvent à une nouvelle question et permet donc de formuler un nouveau problème, plus général ou faisant appel à des instances différentes. Enfin, des variables de recherche existent. Elles pourraient être des variables didactiques dont les valeurs seraient fixées par l'enseignant ou le formateur, mais dans le cas des variables de recherche, ce sont les élèves ou les étudiants qui fixent eux même leurs valeurs dans l'étude du problème. Ils instancient donc le problème sur des valeurs particulières permettant de traiter une étude de cas.

Les nombreux travaux autour des SiRC montrent que ces situations permettent de développer une activité mathématique authentique proche de celle du chercheur en mathématiques (voir Da Ronch, 2022 ; Da Ronch, Gandit et Gravier, 2020 ; Giroud, 2011 ; Grenier et Payan, 1998 ; 2003 ; Godot, 2005 ; Gravier et Ouvrier-Buffet, 2022). Ces situations favorisent en effet les différentes phases d'action, de formulation et de validation nécessaire pour faire des mathématiques et qui rejoignent l'acception donnée ci-avant sur l'activité mathématique. En outre, les SiRC permettent à l'étudiant ou à l'élève de mobiliser des connaissances mathématiques. Ces connaissances sont reliées à des savoirs et des savoir-faire mathématiques que l'on retrouve aussi dans les prescriptions curriculaires en Suisse romande, notamment dans le Plan d'études Romand (PER). Par exemple, l'expérimentation, par l'étude de cas particuliers, est initiée par le fait de l'existence de variable de recherche qui permet de développer une pluralité de stratégies et d'obtenir des premiers résultats locaux sur le problème. Ce processus d'expérimentation amène très souvent à la formulation d'une nouvelle question, plus général, à des changements de registres de représentations sémiotiques (Duval, 2006), voire à la formulation de nouvelles conjectures pour lesquelles une phase de validation est nécessaire pour pouvoir statuer sur la vérité ou la fausseté des conjectures émises en situation (preuve, contre-exemple).

Outre ces savoirs mathématiques, nous faisons l'hypothèse que ces situations permettent aussi de faire émerger chez les étudiants, et ce de manière assez naturelle, des connaissances didactiques lorsqu'elles sont investies en situation de formation. En effet, ces connaissances sont reliées à des savoirs didactiques relatifs à des concepts majeurs de l'analyse didactique de situations d'enseignement et d'apprentissage en mathématiques, notamment des notions relevant de l'analyse *a priori* (Artigue, 1988 ; 2014). Cela passe par exemple par l'identification des connaissances mathématiques mobilisées et visée à travers la situation proposée en lien avec les savoirs curriculaires prescrits, par l'analyse mathématique du problème qui amène à identifier différentes stratégies de résolution. L'émergence de ces stratégies s'opère *in fine* en situation grâce à la modification des valeurs des variables laissée à la charge de celui qui résout le problème. Ainsi, fixer et modifier certaines valeurs de ces variables vont permettre d'influencer ou au contraire de rendre inopérantes certaines stratégies dans la résolution du problème. À cette occasion, les notions de variables didactiques (Brousseau, 1981) et de variables de recherche (Grenier et Payan, 2006) pourront être évoquées. De plus, le concept de milieu (Brousseau, 1988) fondamental dans les situations d'enseignement et d'apprentissage pourra facilement être illustré, notamment par son caractère antagoniste puisqu'il est suffisamment riche pour renvoyer, grâce au matériel utilisé dans la progression de la résolution du problème, des rétroactions adéquates lors de certaines phases de validation permettant à l'étudiant d'auto-réguler ses stratégies de résolution.

D'autres savoirs didactiques concernant la gestion de ces situations pourront également être abordés dans un dispositif de formation mobilisant ces situations. Ces savoirs relèvent principalement de notions liées à la posture de l'enseignant ou du formateur (Bucheton et Soulé, 2009), aux formes sociales de travail des élèves ou des étudiants, ainsi que certaines phases de mise en commun conduites sous la forme de débat scientifique (Legrand, 1993 ; Gandit et Massé-Demongeot, 1996) permettant de statuer sur la vérité des énoncés mathématiques émis dans le contexte de la situation proposée. Les différents moments d'institutionnalisation permettront à cette occasion de rendre visible certains de ces savoirs mathématiques et didactiques.

Ainsi avec les SiRC, nous pouvons faire travailler dans le contexte de la formation des enseignants du primaire, d'une part des savoirs mathématiques permettant de faire évoluer les conceptions et les pratiques de l'activité mathématique des étudiants en résolution de problèmes, et d'autre part, des savoirs didactiques qui s'inscrivent dans le parcours des étudiants en formation initiale à l'enseignement primaire, et qui leur permettront de les outiller pour conduire ce type de situations dans leur contexte professionnel. Par conséquent, le dispositif de formation mis en place autour des SiRC permettra de travailler des savoirs professionnels (savoirs à enseigner et savoirs pour enseigner), qui seront à la fois d'ordre mathématique et d'ordre didactique. Dans ce travail, nous ne prenons pas en compte le « troisième savoir » relatif au « savoir d'expérience » ou au « savoir pédagogique » introduit par Houdement et Kuzniak (1996), puisque ce dispositif s'inscrit au début de la formation initiale des enseignants du primaire, et ils n'ont, *de facto*, que peu voire aucune expérience professionnelle dans l'enseignement.

3 Une stratégie de formation basée sur l'homologie

Enfin, nous souhaitons également que les étudiants puissent réinvestir ce type de situations dans un contexte de classe ordinaire, que cela soit à travers leurs stages de pratique durant leur formation, mais aussi dans leurs futures pratiques d'enseignants titulaires. Ainsi, pour répondre à cette volonté, le dispositif sera mis en place autour d'une stratégie de formation basée sur l'homologie (ibid., 1996). C'est-à-dire que nous proposerons dans ce dispositif un modèle de stratégies de formation

> *[…] fondé sur l'imitation, mais une imitation complexe et transposée par l'étudiant. Ce dernier devrait mettre en place un modèle de formation inspiré de celui qu'il a pu vivre en tant qu'étudiant dans le centre de formation. Les formateurs enseignent conformément à leur conception de ce que doit être l'enseignement à l'école élémentaire (ibid., 1996, p. 301).*

Dans la poursuite de ce texte, nous explicitons notre dispositif de formation basé sur ces considérations théoriques en montrant comment il s'inscrit, comme dispositif complémentaire, dans le parcours de formation initiale des étudiants de la Haute École pédagogique du Valais (HEP-VS) en formation à l'enseignement primaire. Nous l'illustrerons ensuite par le biais d'une des situations proposées (Grenier et Payan, 1998 ; Gravier, Payan et Colliard, 2008).

III - PROPOSITION DE DISPOSITIF DE FORMATION À PARTIR DE SITUATIONS DE RECHERCHE POUR LA CLASSE

1 Inscription du dispositif dans le plan de formation de la HEP-VS à l'enseignement primaire

Comme nous l'avons relevé au sein de la section précédente, il est possible, grâce aux SiRC, d'intégrer, dans le cadre d'un dispositif de formation des enseignants du primaire, des savoirs professionnels relatifs aux savoirs à enseigner mais aussi aux savoirs pour enseigner. On retrouve ainsi deux types de savoirs essentiels. D'une part, des savoirs mathématiques à enseigner, visant à faire évoluer les conceptions et pratiques des étudiants en matière de résolution de problèmes mathématiques. D'autre part, des savoirs didactiques pour enseigner, inscrits dans leur parcours de formation initiale, qui leur fourniront les outils nécessaires pour mener ce type de situations dans leur futur environnement professionnel. Pour introduire et inscrire notre dispositif de formation dans un plan de formation (en didactique des mathématiques) des enseignants du primaire, il est nécessaire d'en présenter les grandes lignes. Ce plan de formation dure trois ans et est structuré comme suit.

- Au premier semestre, un cours introductif aborde la nature de la discipline mathématique et les fondamentaux de son enseignement. Au-delà des seuls concepts disciplinaires, l'objectif du cours tend à questionner la discipline mathématique (« qu'est-ce que c'est que faire des mathématiques ? ») ainsi que les particularités de son enseignement (1ère année).
- Au deuxième semestre, un cours mutualise et introduit des concepts de didactique issus de différentes disciplines (que nous appelons « didactique générique » ou « didactique comparée »). Il s'agit d'éléments qui rassemblent des concepts de didactique disciplinaire et tentent de les décrire et les décliner dans le cadre de la pratique professionnelle (1ère année).
- Au troisième et quatrième semestre, les cours spécifiques de didactique des mathématiques sont introduits (2e année).
- Au cinquième et sixième semestre, les formateurs en didactique des mathématiques interviennent de manière ponctuelle avec des cours moins orientés vers la didactique disciplinaire mais consistant en des analyses de pratiques enseignantes sous un cadre didactique (3ème année).

La mise en place de ce dispositif, structuré sous forme d'ateliers[3] (quatre séances d'environ 1h30 chacune) autour des Situations de Recherche, vient compléter le plan de formation existant. Son introduction, prévue au second semestre, s'appuie sur plusieurs éléments clés : les contraintes institutionnelles, la nécessité de déconstruire certaines conceptions et croyances de l'activité mathématique avant d'aborder la didactique disciplinaire, ainsi que l'importance de réinvestir des notions déjà abordées dans la formation telles que par exemple la notion de milieu (voir ci-dessous). Ces ateliers visent également à faire émerger des concepts didactiques que les étudiants réutiliseront ultérieurement dans leur parcours de formation, notamment dès le troisième semestre.

Par exemple, la notion de milieu est introduite au second semestre, en parallèle à ces ateliers, sous une forme « générique » ou « comparatiste » (dans le sens où elle est présentée aux étudiants hors du cadre de la didactique disciplinaire spécifique) ; la présence de matériel lors de la résolution de problème offre ainsi aux étudiants l'opportunité de revisiter ce concept de manière opérationnelle. Les spécificités des SiRC, notamment la prise en charge de la validation laissée à la charge des étudiants, qui leur confère une certaine forme de responsabilité scientifique, permettent au formateur d'illustrer la notion de milieu selon un double aspect. D'abord le caractère antagoniste du milieu grâce au matériel proposé, — où les rétroactions renvoyées permettent une autorégulation des étudiants dans le déploiement des stratégies

[3] L'Université Grenoble Alpes propose d'ailleurs depuis plusieurs années un module optionnel qui se base sur les SiRC à destination des étudiants de licence (toute discipline confondue, hors formation des enseignants). Ce module s'intitule « [Jeux combinatoires et raisonnement mathématique](#) ».

mobilisées lors de la résolution du problème. Ensuite, cette notion peut être discutée du point de vue du contexte cognitif des étudiants — qui mobilisent leurs connaissances antérieures et ajustent leurs stratégies face aux obstacles rencontrés. Certains concepts-clés, qui seront approfondis plus tard dans la formation, sont également abordés de manière pragmatique, comme « les variables didactiques et les variables de recherche », dont les différences peuvent être exemplifiées par les choix du formateur ; les « procédures ou les stratégies » que les étudiants adaptent en modulant certaines valeurs de variables ; ou encore la notion de « résolution experte », validée par une preuve apportée par les étudiants eux-mêmes dans l'analyse mathématique du problème.

Enfin, un lien direct est établi avec les exigences du domaine Mathématiques du PER (savoirs mathématiques de nature prescriptive) et les connaissances mobilisées et visées à travers la Situation de Recherche proposée. Le focus est mis en particulier sur certaines composantes essentielles à l'activité mathématique en résolution de problèmes telles que la généralisation, l'élaboration de conjectures, souvent issues d'un raisonnement de plausibilités purement inductif, et la validation reposant sur un raisonnement déductif. Ces compétences nous semblent donc essentielles à développer pour leurs futures pratiques professionnelles.

2 Proposition d'un dispositif de formation axée sur les SiRC : un levier pour combler les carences constatées ?

Ces ateliers ont été proposés durant trois années académiques et se poursuivent encore actuellement. Au semestre d'hiver 2024, un seul formateur encadrait une dizaine d'étudiants volontaires, orientés à la suite d'un test de positionnement en résolution de problèmes permettant d'objectiver les différents processus liés à l'expérimentation, à la formulation et à la validation (voir p.ex., Da Ronch et Mili, 2024). Aux semestres d'hiver 2023 et 2022, deux formateurs intervenaient auprès d'une vingtaine d'étudiants, répartis en deux groupes, dans deux salles différentes.

Il est important de souligner que, en référence aux travaux de Houdement et Kuzniak (1996) sur les stratégies de formation basées sur l'homologie, nous avons cherché à recréer un environnement aussi proche que possible de celui d'une classe ordinaire. Ceci dans le but que les étudiants puissent transposer et réinvestir au sein de leur classe ce qu'ils ont vécu à travers cette formation. Ce choix impliquait une posture volontairement en retrait de la part du formateur, laissant le milieu artéfactuel fournir aux étudiants les rétroactions nécessaires quant à la validité de leurs productions. Le travail en îlots de quatre étudiants nous a semblé essentiel pour favoriser le débat scientifique, en mettant en lumière à la fois l'importance de la formulation entre pairs dans un langage communicable, formalisé et acceptable (Da Ronch, 2022), et celle de la dimension sociale de l'activité mathématique. Cette dimension se retrouve notamment au niveau des phases de formulation et de validation où l'enjeu de vérité en mathématiques (le vrai et le faux) repose sur la nécessité de preuve (validation) afin de statuer sur ce qui est vrai (preuve) et sur ce qui est faux (contre-exemple).

Ce dispositif étant complémentaire à la formation des étudiants et uniquement à visée formative (sans crédit ECTS alloués), seule une évaluation formative des productions des étudiants attendues a donc été réalisée. À cet effet, les étudiants ont donc été invités à produire un texte narratif décrivant leurs démarches de recherche, c'est-à-dire les différentes étapes dans leurs processus de résolution du problème ainsi que les résultats qu'ils pensaient avoir établi. Cette production, réalisée par chaque groupe, peut être considérée comme une forme de narration de recherche (Sauter, 1998). Les écrits produits par les étudiants ne font pas l'objet d'un retour direct de la part des formateurs ; ces derniers adoptant une posture visant à encourager le débat de validation, ils s'appuient ponctuellement sur des extraits de ces narrations pour mettre en évidence le travail effectué sur certaines composantes de l'activité mathématique mentionnées dans le PER, telles que l'élaboration de conjectures ou l'engagement dans une démarche de validation (voir section I-1).

2.1 L'exemple du problème de pavage d'un carré par des dominos

Concernant la SiRC retenue, bien que de nombreuses autres existent, y compris des plus récentes (voir Da Ronch, 2022 ; Ouvrier-Buffet, Alvès et Acker, 2017 ; Grenier et al., 2017), notre choix s'est porté sur la SiRC décrite dans le paragraphe suivant en raison des connaissances mathématiques mobilisées et visées et de leurs cohérences par rapport aux savoirs mathématiques prescrits et donc exigés par le PER.
La SiRC étudiée au cours des quatre séances porte sur des conditions d'existence de pavages d'une grille carrée discrète tronquée d'une case par des pavés rectangulaires de taille 2×1 que l'on appelle des dominos (Figure 1). Ces dominos peuvent être orientés verticalement ou horizontalement. Le contexte est présenté ainsi : « On souhaite paver à l'aide de dominos une salle de bain carrée dont la grille ci-jointe est une vue de dessus. Cependant, cette salle de bain doit contenir un lavabo occupant une case, dont l'emplacement est aléatoire et ne doit donc pas être pavé. La question est la suivante : pour n'importe quelle taille de la salle de bain, est-il toujours possible de la paver par ces dominos, et cela, quel que soit le positionnement du lavabo ? »[4]
Le matériel donné pour chaque groupe d'étudiants est composé d'une grille carrée de taille 10×10 (suffisamment grande pour permettre l'étude de cas particuliers et travailler sur la généralisation) ; d'une réglette permettant de délimiter la taille du carré à paver ; de dominos suffisamment nombreux pour paver des grilles de grandes tailles ; ainsi que d'un unomino (carré unitaire noir) représentant le lavabo (Figure 1).

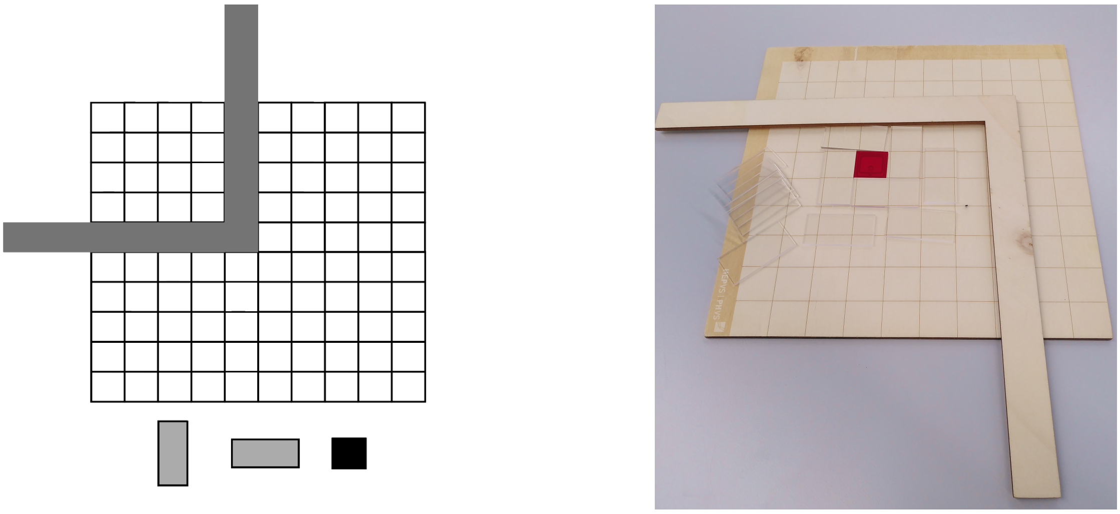

Figure 1. Présentation du matériel proposé aux étudiants (schéma et photo)

Comme pour toute SiRC, il s'agit d'un problème issu de problématiques de recherche professionnelle dont certains problèmes sont encore non résolus ou très compliqués voire impossible à résoudre du point de vue de la théorie de la complexité algorithmique ou de la théorie de la calculabilité (indécidabilité).

2.2 Déroulement de la première séance

La première séance débute par une familiarisation avec le problème et par des premières expérimentations avec le matériel disponible, qui joue d'ailleurs un rôle de facilitateur dans la dévolution de la situation et en particulier au niveau de l'enrôlement. Nous laissons donc la responsabilité scientifique aux étudiants par rapport au problème à résoudre. Il s'agit donc pour les étudiants de s'approprier le problème en commençant par étudier de cas particuliers. En effet, le problème ne demande pas explicitement de résoudre des cas particuliers, comme étudier le problème sur des grilles 4×4 ou 5×5 ; il fait uniquement référence à une grille carrée de taille quelconque ($n \times n$, avec n entier strictement

[4] Le lecteur ou la lectrice intéressé·e par cette situation trouvera des analyses mathématiques et didactiques dans différents travaux (p. ex., Grenier et Payan, 1998 ; 2003 ; Grenier et al., 2017 ; Gravier, Payan et Colliard, 2008).

positif). Après quelques essais fastidieux sur des grilles assez grandes (8×8 ou 9×9), les étudiants s'orientent assez rapidement vers l'étude de cas particuliers de plus petite taille.

Si, au cours d'une première discussion, les étudiants concluent généralement que le pavage d'une grille 4×4 avec un lavabo est impossible[5], ils réalisent rapidement qu'une généralisation peut être formulée à partir de l'exemple traité : dans le cas d'une grille carrée de taille paire, le nombre total de cases est pair (le carré d'un nombre pair). Le lavabo occupant une case, le nombre de cases restantes à paver devient impair. Or, chaque domino recouvre deux cases, ils ne peuvent donc pas recouvrir un nombre impair de cases, ce qui rend le pavage impossible.

Il est intéressant de noter qu'à l'origine, l'énoncé ne demandait pas d'examiner la parité du nombre de cases. Les étudiants mobilisent des connaissances éloignées du problème initial, puisent dans un répertoire de résultats et théorèmes pour les appliquer à cette situation *a priori* déconnectée.

Ce processus conduit non seulement à une généralisation à partir d'un exemple, mais aussi à une mise en relation de différents savoirs mathématiques, comme le préconise le plan d'étude. Les directives du PER soulignent en effet non seulement l'importance de la généralisation, mais aussi l'adoption d'une démarche scientifique consistant à appliquer des résultats externes à une situation donnée, renforçant ainsi l'interconnexion des concepts et des méthodes dans l'apprentissage des mathématiques.

Une discussion intéressante peut aussi émerger sur le statut de l'exemple en mathématiques. En effet, un exemple qui ne fonctionne pas ne suffit pour prouver une impossibilité et donc la non-existence d'un objet. Soit on est capable de traiter tous les cas (ce qui peut être très rapidement fastidieux), soit on donne un argument mathématique qui permet de le prouver. Les étudiants ont d'ailleurs tendance à penser, à tort, qu'un exemple ou quelques exemples suffisent pour prouver la non-existence d'un objet. Ceci permet juste de formuler une conjecture concernant cette impossibilité qui n'a pour l'heure, ni été prouvée, ni réfutée, et en aucun cas ne peut être considérée comme une preuve de non-existence. Cela amène à discuter du statut de certains résultats mathématiques énoncés (prouvés ou seulement en l'état de conjectures). Par ailleurs, dans le cas des grilles impaires et suivant la disposition de l'unomino (lavabo), les étudiants trouvent rapidement des exemples de pavage, cela permet d'amorcer des discussions sur l'existence d'une solution, et dans certains cas sur la pluralité des solutions trouvées, mais aussi sur les conditions d'apparition des solutions. Par exemple, à cette occasion, un exemple suffit pour prouver l'existence d'un objet, ce qui n'était pas le cas pour la non-existence. Ainsi, cela amène à discuter des différentes approches dans les preuves d'existence (un exemple suffit, il n'est cependant parfois pas unique) ou de non-existence d'objets mathématiques (un exemple ne suffit plus, d'autres approches sont nécessaires : exhaustivité des cas…). Des discussions de nature axiomatique peuvent également apparaître sur le fait qu'un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux mais ne peut pas être à la fois vrai et à la fois faux (principe du tiers exclu). Enfin, on observe souvent que des résultats obtenus dans une dimension inférieure sont réinvestis dans des dimensions supérieures. Par exemple, un pavage identifié pour une grille 5×5 peut servir de base pour résoudre une situation analogue dans une grille 7×7. Cela permet de pointer l'importance de travailler sur des cas particuliers de petites tailles lorsqu'on amorce la résolution d'un problème général, puisque cela permet de trouver des invariants qui peuvent être réinvestis dans l'étude de cas particuliers de plus grande taille et qui peuvent amener parfois à une généralisation.

2.3 Déroulement de la deuxième et troisième séance

Les séances 2 et 3 sont consacrées à l'étude des cas 3×3 et 5×5, ainsi qu'à la recherche des conditions nécessaires et suffisantes d'existence de pavage. En effet, si un premier résultat général relatif à la parité émerge chez les étudiants après une première séance, ceux-ci optent ensuite pour tester l'existence de pavages sur des dimensions réduites (3×3 et 5×5) et si ce n'est pas le cas le formateur propose de les

[5] 16-1=15 cases, or il n'est pas possible de recouvrir 15 cases avec des dominos, car les dominos peuvent recouvrir seulement un nombre pair de cases.

étudier finement. Les résultats d'existence de pavages à partir d'exemples émergent facilement. Si l'unomino (lavabo) est posé sur une des cases noires de la figure 2, un pavage par des dominos existe (nous laissons le lecteur ou la lectrice s'en convaincre). En revanche si l'unomino est posé sur une des cases blanches, le pavage est impossible (Figure 2). Après plusieurs essais infructueux et une prise de conscience chez les étudiants qu'un exemple ne suffit pas pour prouver la non-existence d'un pavage, ils commencent alors à structurer un peu mieux leurs stratégies de résolution.

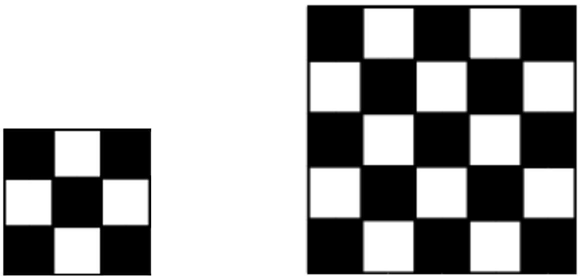

Figure 2. Les cases noires représentent le positionnement du lavabo pour lequel il est possible d'exhiber un pavage

En effet, une fois l'emplacement du trou défini et l'existence du pavage supposée, l'objectif est d'identifier les cases qui doivent nécessairement être pavées d'une unique manière. Lorsque de telles cases n'existent plus, il s'agit alors d'examiner tous les sous-cas possibles. Les étudiants raisonnent en fait par conditions nécessaires (forçage), on retrouve des indices sémantiques tels que « on est obligé », « il faut », *etc.,* jusqu'à ce qu'ils aboutissent à une contradiction. C'est-à-dire jusqu'à obtenir 2 cases non adjacentes par un côté commun, qui ne peuvent donc pas être recouvertes par un domino. C'est en fait le raisonnement par l'absurde qui est implicitement mobilisé par les étudiants. Par ailleurs, certains étudiants réinvestissent dans le cas de la grille 5×5, des résultats de non-existence obtenus dans le cas de la grille 3×3[6]. On retrouve aussi des arguments de symétrie pour l'existence ou la non-existence de pavage. En effet, une fois prouvé, à symétrie près, on peut avoir des résultats sur d'autres configurations. Ce travail permet l'amorce de discussions importantes sur la nature variée des solutions trouvées dans des problèmes mathématiques (unicité, pluralité, non-existence) ; sur les différents raisonnements mobilisés (condition nécessaire, raisonnement par l'absurde, exhaustivité des cas) ; ainsi que sur la distinction importante entre condition suffisante et condition nécessaire pour lesquelles les preuves reposent sur des arguments mathématiques différents. Ce à quoi nous supposons qu'ils ont été très peu confrontés au cours de leur scolarité (p.ex., Mili, Da Ronch et Gardes, 2025).

2.4 Déroulement de la quatrième séance

Lors de la séance 4, les étudiants travaillent en général sur la grille 7×7 et tentent de généraliser leurs résultats à n'importe quelle taille de grille carrée de côté impair (puisqu'ils ont déjà prouvé lors de la séance 1 qu'il était impossible de paver une grille carrée de côté pair). À cette occasion, les étudiants prouvent encore des cas d'existence à l'aide d'exemples, toutefois on remarque qu'une mauvaise structuration du pavage amène parfois à conjecturer chez les étudiants, lors d'un premier essai, la non-existence d'un pavage pour une configuration où il est pourtant possible d'en trouver un. Cela amène certains groupes (ou des personnes du même groupe) à réfuter cette conjecture en proposant un contre-exemple, c'est-à-dire en donnant un exemple de pavage, qui permet de réfuter la non-existence du pavage annoncée au départ. Ce point permet de faire émerger qu'un contre-exemple en mathématiques suffit pour réfuter une proposition. Dans le cas où il est impossible d'obtenir un tel pavage, les étudiants tentent là encore de réinvestir le raisonnement par forçage déjà mobilisé dans le cas de l'étude des grilles 3×3

[6] Le lecteur ou la lectrice intéressé·e pourra trouver le détail de ces stratégies dans Gravier, Payan et Colliard (2008) par exemple.

et 5×5. Mais à partir de cette taille, l'étude des sous-cas à traiter devient très fastidieuse et oblige les étudiants à changer de stratégie et de point de vue sur le problème. Le formateur leur propose alors de retourner le plateau correspondant à la grille carrée sur lequel repose un échiquier dessiné (alternance de cases noires et blanches). Ceci est un étayage proposé pour faire émerger la stratégie de bicoloration qui va permettre de prouver la non-existence du pavage (condition nécessaire). À cet effet, et bout d'un certain temps, les étudiants comprennent qu'il y a sur la grille 7×7, 25 cases noires et 24 cases blanches. Or, un domino recouvre nécessairement une case noire et une case blanche. Ainsi, il faut avoir autant de cases noires que de cases blanches. Il faut donc positionner l'unomino (lavabo) sur une case noire ce qui permettra d'avoir un « équilibre » entre les cases noires et blanches. Or, si l'unomino est positionné sur une case blanche cet état d'équilibre ne sera pas atteint. Cet argument de bicoloration permet de prouver la non-existence du pavage lorsque l'unomino est positionné sur une case blanche et montre donc que si le pavage existe, l'unomino est nécessairement sur une case de couleur dominante. Cet argument est en plus complètement généralisable à n'importe quelle taille de gille carrée. Cette condition nécessaire (prouvée) est également suffisante. La preuve de la condition suffisante repose sur des arguments qui concernent la structuration de l'objet relevant d'une partition ou d'un découpage inductif de la grille carrée (voir Grenier et Payan, 1998 ; 2003). L'idée de structuration d'objet émerge parfois chez les étudiants notamment au niveau du découpage inductif sans toutefois être formalisée et communiquée de manière assez claire. Le résultat sur le problème énoncé sous la forme d'une condition nécessaire et suffisante reste souvent à l'état de conjecture ou est juste partiellement prouvé. Il important ici de noter pour les étudiants qu'il n'est pas toujours vrai qu'une condition nécessaire soit également suffisante. Un contre-exemple très simple permet de l'illustrer (Figure 3). Le polyomino ci-dessous possède bien autant de cases noires que de cases blanches, il est donc parfaitement équilibré sans pour autant être pavable par des dominos (Figure 3).

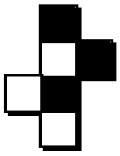

Figure 3. Exemple d'un polyomino « équilibré » non pavable par des dominos

2.5 Savoirs mathématiques et savoirs didactiques

Durant le déroulement de ces ateliers plusieurs moments de mise en commun sous la forme de débat scientifique sont proposés pour les étudiants. Le formateur est juste le gestionnaire du débat et laisse la responsabilité scientifique aux étudiants sur leurs résultats (« est-ce que c'est vrai ? » « Est-ce que c'est faux ? » Et les raisons de « pourquoi c'est vrai ou pourquoi c'est faux ? »). Des moments d'institutionnalisation des connaissances mobilisées par les étudiants sont pris en charge pour le formateur. Ils consistent à détemporaliser, décontextualiser et dépersonnaliser les connaissances mobilisées par les étudiants sur la situation proposée en savoirs socialement et culturellement partagés. Concernant les savoirs mathématiques un lien étroit est fait avec les exigences du PER. En particulier ils pointent l'importance de l'expérimentation par l'étude de cas particuliers, de la formulation de conjectures, de recherche d'invariants, processus de généralisation et de validation requis par le PER. Bien entendu d'autres connaissances mathématiques émergent de la situation et sont relatives à des savoirs et savoir-faire mathématiques qui sont aussi institutionnalisés : pavage, symétrie, condition nécessaire, condition suffisante, raisonnement par l'absurde (forçage), raisonnement par récurrence, statut de l'exemple, du contre-exemple, de la preuve (nécessité de preuve), *etc.*

Ce dispositif basé sur une stratégie par homologie (Houdement et Kuzniak, 1996) nous amène à échanger avec les étudiants sur les conditions de mise en œuvre dans les classes. Ces discussions permettent de faire émerger chez les étudiants la nécessité, dans ce type de situation, de réaliser une analyse mathématique du problème (résolution du problème), de l'identification des différentes procédures de

résolution envisageables et des changements de registres de représentations qui peuvent émerger par le choix effectué sur les valeurs des variables. À ce moment-là nous avons la possibilité de définir et évoquer brièvement le rôle des variables didactiques ou de recherche qui peuvent impacter les procédures des élèves mais aussi orienter l'enseignant vers les connaissances qu'il souhaite viser à travers la situation proposée en lien avec les savoirs prescrits du PER (distinction entre connaissance et savoir). Les échanges pointent également l'importance de la socialisation dans le travail mathématique des élèves, de la responsabilité scientifique laissée à leur charge mais aussi l'importance du débat scientifique dans la classe de mathématiques notamment dans les phases de formulation et de validation. Cela permet de discuter de la posture de l'enseignant, des formes sociales de travail des élèves et des conditions pour faire vivre de tels débats scientifiques en classe de mathématiques. Tout cela permet en fait de faire émerger l'importance de l'analyse *a priori* dans l'analyse de situation complexe d'enseignement et d'apprentissage en mathématiques ainsi que les conditions d'orchestration de ces situations en classe. Ces savoirs didactiques, relevant des gestes professionnels de l'enseignant, seront d'ailleurs travaillés spécifiquement au cours des semestres 3 et 4 dans le cours de didactiques des mathématiques.
Ce dispositif a ainsi permis de faire travailler les étudiants sur l'activité mathématique en résolution de problèmes et pourrait, selon nous, être un levier pour contribuer aux carences pointées dans nos précédents travaux (Da Ronch et Mili, 2024 ; Da Ronch, Gardes et Mili, 2023 ; Mili, Da Ronch, Gardes, 2025). Il pourrait ainsi contribuer à une évolution positive de leurs conceptions et de leurs croyances sur l'activité mathématique et sur sa pratique et permettre d'enrichir aussi leurs répertoires de connaissances au niveau des savoirs à enseigner et des savoirs pour enseigner d'un point de vue mathématique et didactique.

IV - CONCLUSION, DISCUSSION ET PERSPECTIVES

Un constat sur les conceptions et les pratiques de l'activité mathématique chez les futurs enseignants nous a conduits à interroger les pratiques pédagogiques et les ressources mises à leur disposition. Une analyse curriculaire a révélé que ces derniers ne proposent que très peu d'activités permettant de travailler des savoir-faire pourtant exigés par le Plan d'Études Romand (PER), telles que la généralisation, la formulation de conjectures ou encore la validation. C'est donc pour cette raison que nous avons élaboré un dispositif de formation à la Haute École Pédagogique du Valais (Suisse), s'inscrivant dans les dispositifs existants et destiné aux futurs enseignants du primaire. Ce dispositif est basé sur des ateliers inspirés des Situations de Recherche pour la Classe (SiRC). Pour illustrer ce dispositif, nous avons donné l'exemple d'une SiRC proposée dans ce contexte, qui porte sur l'étude de conditions de pavabilité par des dominos d'une grille carrée tronquée d'une case.
À partir de cet énoncé, nous avons pu, en tant que formateurs, confronter les étudiants à différentes configurations sur une même grille : certaines où un exemple permet de prouver l'existence d'une solution, et d'autres où un exemple isolé ne suffit pas pour prouver la non-existence de solution. Cette opposition a permis d'alimenter les débats sur le statut de l'exemple en mathématiques et sur la nécessité de preuve. En exploitant l'hétérogénéité des résultats ou des avancées (« Moi, je n'ai pas trouvé de solution. » « Moi, j'ai réussi. »), nous avons voulu recréer un véritable débat scientifique en classe. Cela afin de questionner la notion de vérité en mathématiques, de souligner l'importance du vrai et de faux et la raison du « pourquoi c'est vrai ?» ou « pourquoi c'est faux ? ». Les dernières séances de ce dispositif ont permis d'approfondir la réflexion sur la validité et la rigueur des raisonnements adoptés.
Ce débat est renforcé par les rétroactions fournies par le matériel : la possibilité ou l'impossibilité d'un pavage devient visible et concrète lorsque les étudiants testent leurs hypothèses avec du matériel tangible à leur disposition. Ces rétroactions les aident à s'autoréguler et à ajuster leurs stratégies. C'est pourquoi, lors de la conduite de ces ateliers, notre posture de formateur est résolument celle du retrait. Ce choix met en lumière l'importance du travail par narration de recherche, car nous souhaitons que les étudiants

explicitent leur démarche, justifient leurs réponses, et les soumettent à l'épreuve de la vérité et de la validité logique à travers des raisonnements mathématiques.

Bien entendu, l'objectif des ateliers n'est pas d'aboutir à une formalisation stricte ou de rédiger une démonstration formelle, mais plutôt de mettre en évidence la présence de différents types de raisonnement. Il s'agit de montrer que l'étude de cas particuliers de petite taille peut éclairer la résolution d'un problème plus général. Quant à l'intérêt de ces situations, il tient au fait de la capacité des étudiants à déterminer eux-mêmes les valeurs des variables de recherche, en choisissant et ajustant les paramètres et les cas à étudier, comme le ferait un mathématicien. Cela leur permet d'articuler les composantes inductive et déductive du raisonnement, un aspect essentiel selon les exigences du PER, tout en distinguant les conditions nécessaires des conditions suffisantes. Un autre aspect essentiel, concerne la gestion des registres de représentation. L'utilisation de matériel tangible oblige les étudiants à changer de registres de représentations lorsqu'ils passent aux outils papier-crayon. Ainsi, tout ceci permet de mobiliser plusieurs savoir-faire mathématiques, conformément aux exigences du PER, qui valorisent les registres de représentation, la preuve, et l'exhaustivité des cas par exemple.

Enfin, cette situation permet de questionner des savoirs professionnels d'ordre didactique avec les étudiants, notamment la posture de l'enseignant. Comme nous l'avons déjà mentionné, l'adoption d'une posture de retrait est cruciale pour laisser les étudiants vivre de manière autonome les dialectiques d'action, de formulation et de validation et ainsi laisser la responsabilité scientifique de la résolution du problème aux étudiants. L'objectif est donc de laisser le groupe interagir avec le milieu – à la fois matériel et cognitif –, en les plaçant dans une posture de chercheurs. Ce processus leur permet de passer du statut d'étudiants à celui d'étudiants-chercheurs.

En fin de compte, si l'on examine les savoirs professionnels d'ordre mathématique abordés dans cette activité, on retrouve des éléments inhérents au PER qui ne sont que peu travaillés dans les dispositifs d'Aide à la Résolution de Problèmes. Les concepts de conditions suffisantes et nécessaires, bien qu'ils ne soient pas explicitement mentionnés dans le PER, apparaissent ici comme des outils indispensables pour l'apprentissage des mathématiques, notamment en résolution de problèmes, permettant de combler un manque dans la transposition didactique et de préparer les étudiants aux exigences ultérieures des curricula.

En ce qui concerne les perspectives, nous avons remarqué que nos étudiants arrivent en formation avec une conception très scolaire de l'activité mathématique. En réponse, nous avons introduit ces ateliers. La question que nous nous posons désormais est la suivante : avons-nous réussi à suffisamment modifier leurs conceptions de l'activité mathématique pour que ce changement soit durable ? Et, surtout, est-ce que cela aura un impact sur leurs futures pratiques professionnelles ? L'un des enjeux serait de déterminer si ce dispositif influence leurs conceptions *a posteriori* et s'ils intègrent, dans leur enseignement, des éléments issus de ce type d'approche, notamment en termes d'homologie dans leurs pratiques de classe. Il serait d'ailleurs nécessaire de suivre certains de nos étudiants lorsqu'ils entreront en activité, afin d'observer si ces apprentissages sont réinvestis, car pour l'instant, nous ne sommes pas en mesure de l'objectiver.

V - BIBLIOGRAPHIE

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(3), 281 – 308.

Artigue, M. (2014). Perspectives on design research: the case of didactical engineering. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, N. Presmeg (Eds.). *Approaches to qualitative research in mathematics education: examples of methodology and methods* (pp. 467 – 496). Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_17

Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de collège*. Thèse de doctorat. Grenoble : Institut National Polytechnique de Grenoble ; Université Joseph-Fourier-Grenoble I. https://theses.hal.science/tel-00326426/

Balacheff, N. (2019). L'argumentation mathématique, précurseur problématique de la démonstration. *Actes du XXVIe Colloque de la CORFEM*. https://hal.science/hal-02981131/

Broner, A., Bellard, N., Girmens, Y., Larguier, M., Pellequer, S., Roche, M., Seco, M. & Vergne, C. (2003). Faire ou ne pas faire des mathématiques, des outils d'étude, exemple dans le cas de l'étude du signe du binôme. *Coulomb; J, Douaire & R, Noirfalise (Eds). Faire des maths en classe.*

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. Recherches en Didactique des Mathématiques, 2(1), 37 – 127.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu*. Recherches en didactique des mathématiques, 9*(3), 309 – 336. https://revue-rdm.com/1988/le-contrat-didactique-le-milieu/

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Bucheton, D., & Soulé, Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées. *Éducation et didactique*, *3*, 29 – 48.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Actes de l'UE de la Rochelle*, pp. 91 – 118.

Da Ronch, M., Gandit, M. & Gravier, S. (2020). Du problème de Wang vers une nouvelle situation de recherche pour la classe. *Repères IREM*, *121*, 77 – 108.

Da Ronch, M. (2022). *Pratique de l'activité mathématique en médiation : modèles didactiques et conception d'ingénieries*. Thèse de doctorat. Grenoble : Université Grenoble Alpes. https://cnrs.hal.science/tel-04089443/

Da Ronch, M., Gardes, M-L., & Mili, I. (2023). Study of the potential of problems to practice a research activity in mathematics at elementary school in French-speaking Switzerland. In Drijvers, P., Csapodi, C., Palmér, H., Gosztonyi, K., & Kónya, E. (Eds*.). Proceedings of the Thirteenth Congress of the ERME (CERME13)* (pp. 96 – 103). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME. https://hal.science/hal-04408292v1

Da Ronch, M., & Mili I. (2024). Conceptions et pratiques de l'activité mathématique des étudiants de première année en formation à l'enseignement primaire. Dans. I. Mili, I. Demonty et & C. Mangiante (resp.), *Dispositifs et pratiques de formation d'enseignants en mathématiques : Développement professionnel des enseignants et effets produits sur les enseignants [symposium].* 18èmes Rencontres du REF, Fribourg, Suisse.

Duval, R. (2006). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. In *Actes du XXXIIe colloque COPIRELEM* (pp. 67 – 89).

Fleiss, J. L. (1971) "Measuring nominal scale agreement among many raters." *Psychological Bulletin, 76*(5), 378–382. https://doi.org/10.1037/h0031619

Gandit, M., & Massé-Demongeot, M.-C. (1996, rééd. 2001). *Le vrai et le faux en mathématiques au collège et au lycée*. IREM de Grenoble. https://publimath.univ-irem.fr/biblio/IGR96044.htm

Giroud, N. (2011). *Étude de la démarche expérimentale dans les situations de recherche pour la classe.* Thèse de doctorat. Grenoble : Université de Grenoble). https://theses.hal.science/tel-00649159/

Godot, K. (2005). *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation. Exemple de la roue aux couleurs*. Thèse de doctorat. Grenoble : Université Joseph-Fourier-Grenoble I).

Gravier, S., & Ouvrier-Buffet, C. (2022). The mathematical background of proving processes in discrete optimization—Exemplification with Research Situations for the Classroom. *ZDM–Mathematics Education, 54*(4), 925 – 940. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01400-3

Gravier, S., Payan, C., & Colliard, M. N. (2008). Maths à modeler. Pavages par des dominos. *Grand N, 82*, 53 – 68.

Grenier, D., & Payan, C. (1998). Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. *Recherches en didactique des mathématiques,18*(1), 59 – 100.

Grenier, D., et Payan, C. (2006). Les « situations de recherche » pour l'apprentissage de savoirs transversaux. Actes du colloque. *Acte de l'EMF 2006*. Sherbrooke, Canada.

Grenier, D., & Payan, C. (2003). Situations de recherche en "classe", essai de caractérisation et proposition de modélisation. In V. Durand-Guerrier & C. Tisseron (Eds.), *Actes du Séminaire National de didactique des mathématiques* (pp. 189 – 205). IREM de Paris 7.

Grenier, D., Bacher, R., Barbe, H., Bicaïs, Y., Charlot, G., Decauwert, M.,Deraux, M., Gezer, T., Meilhan, J.-B. & Mouton, F. (2017). *Situations de recherche pour la classe – Pour le collège et le lycée... et au-delà*. IREM de Grenoble.

Halmos, P. (1980). The heart of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 87, 519 – 524. https://doi.org/10.2307/2321415

Houdement, C., & Kuzniak, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques, 16*(3), 289 – 322.

Legrand, M. (1993). Débat scientifique en cours de mathématiques. *Repères IREM*, *10*, 123 – 159.

Margolinas, C. (2014). Connaissance et savoir. Concepts didactiques et perspectives sociologiques ? *Revue française de pédagogie*, *188*, 13 – 22.

Mili, I., Da Ronch, M. & Gardes M-L (2025). Combining a theoretical framework and a statistical measure to assess the reliability of didactic criteria in the analysis of large corpora. *Proceedings of the Fourteenth Congress of the ERME (CERME14)*. Free University of Bozen-Bolzano, Italy. Accepted for publication.

Nimier, J. (1989). Entretiens avec des mathématiciens : A. Lichnérowicz, C. Berge,A. Joyal, N. Kuiper, B. Malgrange, C. Pisot, J. Riguet, R. Thom : (l'heuristique mathématique). Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, Lyon.

Ouvrier-Buffet, C., Alvès, M., & Acker, C. (2017). La chasse à la bête—une situation recherche pour la classe. *Grand N*, *100*, 5 – 31.

Perrin, D. (2007). L'expérimentation en mathématiques. *Petit x, 73*(6), 6 – 34.

Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Sauter, M. (1998). Narrations de recherche : une nouvelle pratique pédagogique. *Repères IREM*, *30*, 9 – 21.

Thurston, W. P. (1994). On proof and progress in mathematics. *Bulletin of the American mathematical Society, 30(*2), 161–177. https://doi.org/10.1007/0-387-29831-2_3